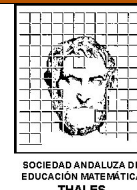




XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, GEOGEBRA E IPAD EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Marcos Ascanio Zárate, *Estudiante del Máster de Profesorado de la Universidad de Granada*, mascazar@gmail.com

José Luis Lupiáñez Gómez, *Universidad de Granada*, lupi@ugr.es

Matías Camacho Machín, *Universidad de La Laguna*, mcamacho@ull.edu.es

RESUMEN

Que las tecnologías digitales tienen cabida e interés en la realidad educativa actual no es algo que se discuta y el desarrollo continuo de nuevos dispositivos y de sus aplicaciones aumentan estas posibilidades.

En este caso, describimos una experiencia docente exploratoria con estudiantes de secundaria, que afrontaron la resolución de un problema geométrico usando GeoGebra en un iPad. El problema se les presentó dentro de un libro interactivo que los iba guiando a través del proceso de construcción de algunas justificaciones sobre la solución del problema.

Nivel educativo: Educación Secundaria

1. INTRODUCCIÓN

En los tiempos que corren, y con la situaciones que nos encontramos dentro de nuestro país, los profesores tenemos una gran responsabilidad en nuestras manos. Cada vez son más los estudios que nos colocan en las colas de listas de educación. Aún así, el profesor de matemáticas tiene más responsabilidad que cualquier otro al tratarse de la asignatura que se trata. Tenemos que hacer que además de que aprendan, que les gusten las matemáticas.

Para ello es necesario cambiar las formas de dar clase, innovar en nuestras aulas e introducir recursos diferentes a los que se han venido utilizando años atrás.

Lo que presentamos en este estudio es la experiencia vivida al probar un recurso tecnológico que hemos construido. Se trató de una sesión con ocho alumnos de primer curso de educación secundaria en la que cada uno poseía un iPad, y además trabajaron con un libro interactivo construido por nosotros mismos y con el programa GeoGebra.

En el libro interactivo se les presentó un problema geométrico sobre relaciones métricas en cuadriláteros que tenían que resolver. El libro incluía además videos de construcciones para que aprendieran a hacerlas, links a páginas webs con contenidos relacionados, e incluso widgets de GeoGebra con algunas construcciones para explorarlas e intentar generalizarlas por sí solos.

En este trabajo presentamos este recurso y con qué fundamento fue construido. Además se presenta un resumen de la sesión con los alumnos y un estudio de la relevancia que posee la construcción de un recurso educativo de este tipo para su posterior implementación en el aula. También presentamos una pequeña pincelada de los resultados obtenidos para terminar con algunas conclusiones.

2. EL LIBRO INTERACTIVO

El libro fue elaborado con iBooks Author, una aplicación creada por Apple que permite introducir con facilidad elementos como texto formateado, vídeos, enlaces a páginas webs, imágenes interactivas e incluso *widgets* de varias utilidades. En nuestro caso incorporamos algunos con construcciones de GeoGebra con posibilidad de arrastre y modificación. El libro se titula "Resolviendo un problema con GeoGebra" (Figuras 1 y 2) y se puede descargar gratuitamente desde la biblioteca del iBook Store.

Está diseñado para que lo exploren directamente los escolares y se estructura en tres secciones. La primera presenta el enunciado del problema a resolver y la segunda introduce el manejo del software de geometría dinámica GeoGebra, que incluye ejemplos y manipulaciones de construcciones geométricas útiles para su resolución. En la última sección los estudiantes afrontan propiamente la exploración del problema y también se proponen algunas cuestiones de ampliación.

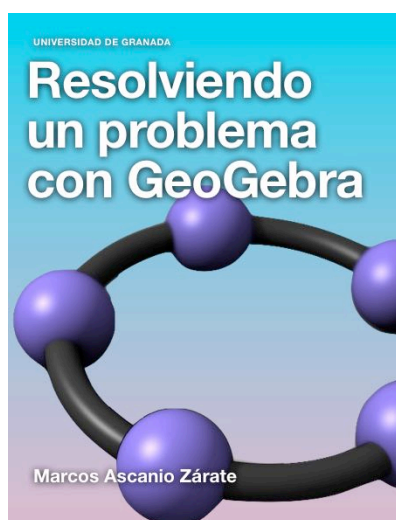


Figura 1. Portada del libro



Figura 2. Ejemplo de una página

El libro tiene incluido, a modo de prueba, un test de autoevaluación, pero las respuestas de los escolares a los diferentes apartados y la propia resolución del problema se pueden recoger en un documento, tal y como hicimos nosotros.

3. DISEÑO Y PUESTA EN PRÁCTICA DE LA EXPERIENCIA

La experiencia se realizó en mayo de 2014 en el colegio El Carmelo de Granada. Se diseñó una sesión de tres horas, con descanso intermedio, para ocho alumnos de primer curso de educación secundaria. Ellos poseían nociones básicas de geometría plana pero nunca habían manejado programas de geometría dinámica. Además se trataba de alumnos que se encontraban en un programa de enriquecimiento curricular en el área de matemáticas, debido a que algunos de ellos son alumnos diagnosticados con talento matemático y otros tienen alto rendimiento en dicha materia.

Los alumnos trabajaron en parejas aunque cada uno poseía un iPad que les permitía construir sus propios razonamientos y pruebas. El libro también fue proyectado en la pizarra para facilitar el seguimiento de la actividad. Cada pareja pudo ir a ritmos diferentes dentro de unas pautas marcadas.

Los alumnos fueron descubriendo los contenidos del libro a la vez que resolvían diferentes apartados o exploraban algunas propuestas para afianzar los procedimientos y conceptos que se les presentaban. Al no conocer el manejo del GeoGebra, los alumnos exploraron con curiosidad las situaciones propuestas en el libro, incluso descubriendo en muchas ocasiones determinados aspectos por sí solos.



Figura 3. Los alumnos trabajando con el libro

La primera parte de la sesión se dedicó simplemente a introducir GeoGebra, aunque antes presentamos lo que íbamos a realizar en esa mañana. Los alumnos se entusiasmaron con los iPad y fueron explorando algunas de las funcionalidades del libro. Después introdujimos los tres movimientos geométricos básicos: simetrías, giros y traslaciones.

La segunda parte de la sesión la dedicamos al trabajo con el problema planteado. Se trata de un problema de razones entre áreas, y su enunciado es el siguiente:

"Nos encontramos frente a un cuadrado de vértices A, B, C y D. En éste hemos marcado los puntos medios de cada uno de sus lados, obteniendo así otro polígono EFGH, que está inscrito en el anterior. Si estudiamos la razón entre las áreas de los dos cuadrados, es decir, hacemos el cociente entre el área del cuadrado grande y el área del cuadrado interior, obtenemos 2. Entonces, el área del cuadrado ABCD es dos veces el área del cuadrado EFGH, o lo que es lo mismo, el cuadrado EFGH cabe dos veces en el cuadrado ABCD. Obsérvalo en la imagen adjunta. ¿Sabrías decir por qué?"

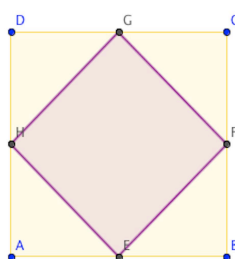


Figura 4. Enunciado del problema

En el libro se incluye un esquema de pasos a seguir para la resolución de problemas cuando se trabaja con GeoGebra. En primer lugar se propone que se construya el problema en ese ambiente, para observar todas las propiedades que éste tiene. En este caso se podía verificar que la razón entre las áreas se mantiene constante sin importar el tamaño del cuadrado original.

En segundo lugar propusimos que realizaran una exploración dinámica con razonamientos que permitiesen justificar la solución del problema. Los alumnos tenían que encontrar una justificación al problema original, usando los movimientos vistos con anterioridad. En conjunto, todos manejaron los comandos de GeoGebra con habilidad, y transitaban entre este programa y el libro electrónico con presteza. También intercambiaban impresiones entre ellos y en ocasiones intervenían a todo el grupo, llegando además a resolver entre ellos dudas sobre el problema y sobre el manejo del iPad.

Los dos últimos apartados de la actividad se centraban en buscar una justificación algebraica del problema planteado y trabajar con alguna extensión del problema. En esta experiencia la sesión se nos quedó corta sin poder llegar a trabajar estos dos aspectos, pero invitamos a los interesados a trabajar el libro interactivo al completo.

Finalmente, los alumnos cumplimentaron un cuestionario sobre la resolución del problema, acerca de sus conocimientos sobre lo aprendido en la sesión y de satisfacción con la propuesta de actividad.

Concretamente, las preguntas fueron:

"1. Explica con tus palabras uno de los movimiento estudiados (simetrías, giros o simetrías). Escribe en qué consiste ese movimiento después de la explicación propuesta en la sección dos del libro interactivo.

2. ¿Se lo explicarías a un compañero de la misma manera? Si no es así, ¿qué cambiarías?

3. ¿Te ha ayudado utilizar GeoGebra para resolver el problema? ¿Qué herramientas son las que más facilidades te han dado para resolverlo?

4. Explica la justificación obtenida con GeoGebra, si te hace falta algún dibujo hazlo.

5. Explica como has llegado a la justificación algebraico. Usa los dibujos que quieras.

6. Describe la ampliación que has realizado, y cómo la has realizado.

7. Responde a las siguientes cuestiones:

¿Te ha gustado trabajar con el iPad? ¿Por qué?

¿Te gustaría usarlo en tus clases de Matemáticas?

¿Te ha gustado el libro interactivo? ¿Por qué?

¿Te gustaría que el libro de Matemáticas fuera así? ¿Por qué?

¿Te ha parecido muy difícil el uso del libro?

¿Qué añadirías o quitarías?

8. *¿Qué te ha parecido utilizar GeoGebra para solucionar el problema?
¿Lo volverías a utilizar cuando te manden algún problema de clase?"*

4. RELEVANCIA DE LA PROPUESTA Y AVANCE DE RESULTADOS

Este recurso que hemos construido forma parte del Trabajo Fin de Máster del Máster de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, dentro de la especialidad de Matemáticas. En ese trabajo nos centramos en validar dicho material como recurso educativo para introducirlo dentro del aula de matemáticas de manera significativa.

Así, nuestra finalidad es valorar si la propuesta se adecúa a las necesidades y requerimientos actuales y si responde a los objetivos propuestos. Este análisis permite justificar una actuación docente y puede informar sobre la bondad de los resultados obtenidos.

En Rico et al. (2003) se introducen tres dimensiones para estudiar la calidad de un programa de formación. Aunque estos investigadores se centran en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, estas tres dimensiones las podemos extrapolar al estudio de la calidad del recurso que hemos elaborado.

Los tres indicadores que se introducen en ese estudio de calidad y que vamos a tener en cuenta son:

- Relevancia: es la medida del grado en el que el recurso se adecua a los requerimientos actuales y a las expectativas del entorno. Es decir, cómo responde a la mejora de la enseñanza y de los aspectos que trabaja.
- Eficacia: es la medida del grado en la que el recurso logra los objetivos que se han propuesto.
- Eficiencia: es la medida en la que el recurso consigue los objetivos con la menor dificultad posible.

De esta forma podemos conocer la calidad del recurso construido desde un punto de vista cualitativo.

Como este trabajo trata de la descripción de la experiencia vivida con los alumnos, nos vamos a centrar en la relevancia del recurso, ya que la eficacia y la eficiencia se tienen que estudiar con las respuestas dadas por los alumnos, y en este caso estamos analizando únicamente la experiencia vivida por ellos.

En los últimos años ha habido una notable tendencia a introducir la tecnología dentro del aula de matemáticas. Hoy en día poseemos muchos recursos que nos pueden ayudar en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de la disciplina. Es muy común entrar en una aula y encontrar elementos tecnológicos como calculadoras, ordenadores o pizarras electrónicas, entre otros.

Las tabletas poco a poco se van haciendo un hueco dentro de dichos recursos por su tamaño, facilidad de uso e interactividad. Incluso ya existen algunos estudios que estudian el papel de éstas, más concretamente del iPad, dentro del aula y los beneficios que tienen frente a otros recursos.

Como señalan Fisher et al. (2013), los iPads son mejores a la hora de trabajar de forma colaborativa, ya que gracias a ellos los alumnos desarrollan su propio espacio de trabajo al poder interactuar con el objeto que se está estudiando. En nuestro caso percibimos este hecho cuando cada pareja de estudiantes trabajaban según su propio ritmo y usaban los recursos de distinta manera. Por ejemplo, no todos vieron los videos incluidos pero a cambio, algunos dedicaron más tiempo a GeoGebra y realizaron construcciones más elaboradas. Por otro lado, Ingraham (2013) se refiere a la forma en la que los iPads pueden modificar la enseñanza brindando oportunidades tanto a alumnos como a profesores para demostrar sus conocimientos de matemáticas. Este autor estudia la implementación de una actividad geométrica realizada con iPad en el aula y cómo el uso de esta tecnología evidencia buenos resultados. Nuestra experiencia ha mostrado que el recurso brinda oportunidad para que algunos alumnos argumentaron sus respuestas; por ejemplo, una pareja construyó deslizadores para generalizar algunos de los resultados que encontraron. En relación con el uso de libros interactivos en estos dispositivos, Parrot y Holving (2012) destacan el éxito obtenido con un material elaborado con iBooks Author para trabajar una actividad de matemáticas con escolares de 14 años.

El libro que hemos construido, y con el que hemos realizado la experiencia, cuenta con widgets de GeoGebra. Dicho programa ha sido elegido debido a que brinda la oportunidad de construir, modificar representaciones de objetos, comparar objetos, tomar medidas y utilizar el arrastre de los mismos. Todas estas acciones son muy importantes, ya que son las que van a tener que utilizar los alumnos a lo largo de la resolución de tareas, y son acciones que difícilmente, o de forma imposible, se pueden llevar a cabo en la resolución de problemas con lápiz y papel.

Por otro lado, si nos centramos en el currículo de España, podemos observar cómo la resolución de problemas es uno de los pilares fundamentales entre las prioridades de la educación matemática:

"Para que el aprendizaje sea efectivo, los nuevos conocimientos que se pretende que el alumno construya han de apoyarse en los que ya posee, tratando siempre de relacionarlos con su propia experiencia y de presentarlos preferentemente en un contexto de resolución de problemas." (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007, p. 31789)

"Desde un punto de vista formativo, la resolución de problemas es capaz de activar las capacidades básicas del individuo, como son leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de la solución, etc. pues no en vano es el centro sobre el que gravita la actividad matemática en general" (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007, p. 31789)

En nuestra propuesta hemos enfatizado este planteamiento: hemos partido de los conocimientos previos sobre geometría de los escolares y hemos dado oportunidad de que cada uno propusiera soluciones alternativas. Las fases de la resolución que destaca el currículo también han estado presentes, tal y como hemos mostrado anteriormente.

En el mismo documento, también se resalta la importancia del uso de las nuevas tecnologías dentro del aula:

"Por su parte, la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en Tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación." (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007, p. 31791)

De esta forma podemos confirmar que el diseño del libro interactivo es coherente con las prioridades de la investigación en Didáctica de la Matemática y se sostiene en varias de las recomendaciones curriculares actuales para educación secundaria.

Los resultados que hemos podido extraer al final de la experiencia, sin hacer un análisis exhaustivo de las respuestas dadas por los alumnos, son positivos y avalan el uso de estos recursos. En una primera observación de los cuestionarios podemos observar la variedad de argumentos encontrados para responder a las cuestiones. Los alumnos mostraron su habilidad en matemáticas y resolvieron el problema central con eficacia, basando su argumento en lo observado y trabajado con GeoGebra. Así mismo, todos los alumnos consideran que les gustaría utilizar este tipo de libros en clase, que el libro de Matemáticas tuviera esas posibilidades o incluso que les encantaría que se incluyera el iPad habitualmente en las aulas para todas las materias.

5. CONCLUSIONES

El aprovechamiento óptimo de la tecnología en el aula de matemáticas no es obvio. La planificación de todas las variables que pueden incidir es compleja y no necesariamente se agota. Nuestra experiencia ha constatado esta realidad, pero insistimos que nuestro libro electrónico y el diseño de la experiencia brinda un modo muy interesante de aprovechar los avances tecnológicos en un contexto curricular. Todo ello ayuda a obtener un aprendizaje efectivo y que los alumnos se sientan motivados cuando trabajan las matemáticas en el aula. Trabajar con elementos novedosos hacen que estos alumnos se sientan entusiasmados y trabajen con interés, como hemos percibido.



Figura 5. Alumnos trabajando con el libro

Existen muchos recursos actualmente que podemos introducir en el aula y quizás esta cantidad de posibilidades dificulta su introducción para explorar si darán resultado. Después de realizar esta experiencia, podemos afirmar que el uso de iPad y de GeoGebra para resolver problemas o como enriquecimiento de nuestras clases puede generar buenos resultados y actitudes, pero reconocemos la concreción del contexto en el que hemos realizado nuestra experiencia. A estos alumnos les ha encantado trabajar con estos materiales, debido a que son novedosos y adaptados a su tiempo. Ellos tienen habitualmente la oportunidad de tener a su disposición tecnología que los ayuda en una multitud de facetas y la educación no debe ser ajena a este hecho.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos de investigación EDU2012-33030 "Procesos de aprendizaje del profesor de matemáticas en formación" y EDU2011-29328 "La resolución de problemas y la tecnología en la formación y el desarrollo profesional del profesor de matemáticas", ambos del Ministerio de Economía y Competitividad.

Nuestro agradecimiento a Rossellimac por el préstamo desinteresado de los iPad para la realización de la experiencia.

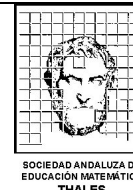
REFERENCIAS

FISHER, B.; LUCAS, T.; GALSTYAN, A. (2013). The role of iPads in constructing collaborative learning spaces. *Technology, Knowledge and Learning* 18(3), 165-178.

INGRAHAM, M. (2013). Incorporating iPad technology into the classroom: a geometry project. *Ohio Journal of School Mathematics*, 67, 27-32.



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (2007). Orden ECI 2220/2007, de 12 de julio, por la que se establece el Currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 174, 31680-31828.

PARROT, C. y HOLVING, K. (2012). Teaching with technology and iBooks Author. *Mathematics teaching in the middle school*, 18(5), 267-269.

RICO, L., GÓMEZ, P., MORENO, M. F., ROMERO, I., LUPIÁÑEZ, J. L., GIL, F., & GONZÁLEZ, M. J. (2003). Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.), *Investigación en educación matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (pp. 289-297). Universidad de Granada.